

Логарифмом числа  $b$  ( $b > 0$ ) по основанию  $a$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) называется показатель степени, в которую надо возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ . Обозначается  $\log_a b$  (логарифм числа  $b$  по основанию  $a$ ).

$$\begin{cases} \log_a b = q \\ a > 0, a \neq 1, \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^q = b \\ a > 0, a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$$

Десятичным логарифмом называют логарифм по основанию 10 и обозначают  $\lg$ .

Натуральным логарифмом называется логарифм по основанию  $e$  и обозначается  $\ln$  ( $e \approx 2.71828\dots$ ).

Правила логарифмирования

1. Логарифм произведения равен сумме логарифмов

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c, \text{ где } b, c, a > 0; a \neq 1$$

2. Логарифм частного равен разности логарифмов

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c, \text{ где } b, c, a > 0; a \neq 1$$

3. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания

$$\log_a b^c = c \log_a b, \text{ где } a, b > 0$$

$$4. \log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b, \text{ где } b, a > 0; a \neq 1; m \neq 0$$

5. Переход к новому основанию

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}, \text{ где } b, a > 0, a \neq 1, b \neq 1; N > 0$$

Следствие

$$\log_a N = \frac{1}{\log_N a}, \text{ где } a > 0, a \neq 1, N > 0$$